



Exemples à connaître de branches infinies

On suppose ici que f est définie au voisinage de $+\infty$ et que $f(x) \xrightarrow{x \rightarrow +\infty} +\infty$. On dit qu'il y a alors une branche infinie en $+\infty$.

Cas 1 $\frac{f(x)}{x} \xrightarrow{x \rightarrow +\infty} l \in \overline{\mathbb{R}}$

- Si $\frac{f(x)}{x} \xrightarrow{x \rightarrow +\infty} \pm\infty$:

On dit qu'il y a une direction asymptotique verticale. Il y a même une branche parabolique verticale (c'est-à-dire qu'il y a une direction, mais l'écart entre la courbe et la direction tend vers $\pm\infty$).

Exemple :

$$x \mapsto x^2.$$

- Si $\frac{f(x)}{x} \xrightarrow{x \rightarrow +\infty} 0$:

On dit qu'il y a une direction asymptotique horizontale.

Exemple :

$$x \mapsto \sqrt{x}.$$

- Si $\frac{f(x)}{x} \xrightarrow{x \rightarrow +\infty} a \in \mathbb{R}^*$:

On dit qu'il y a une direction asymptotique de direction de pente a .

- ◊ Soit $f(x) - ax \xrightarrow{x \rightarrow +\infty} \pm\infty$.

On a alors une branche parabolique de direction de pente a .

Exemple :

$$x \mapsto x + \sqrt{x}$$

- ◊ Soit $f(x) - ax \xrightarrow{x \rightarrow +\infty} b \in \mathbb{R}$.

On a alors une asymptote d'équation $y = ax + b$.

- ◊ Soit $f(x) - ax$ n'a pas de limite.

On n'a rien de plus en général qu'une direction asymptotique de direction de pente a .

Exemple :

$$x \mapsto x + \sin x.$$

Cas 2 $\frac{f(x)}{x}$ n'a pas de limite.

Rien à dire.

Exemple :

$$x \mapsto x \sin x + x.$$