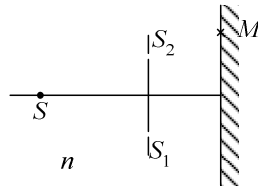


# Chapitre 23 : Interférences par division du front d'onde

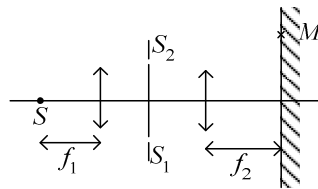
## I Trous d'Young

### A) Dispositif expérimental

#### 1) A distance finie



#### 2) A l'infini



Il y a en  $M$  une intensité  $I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \varphi$ . On doit trouver  $\varphi$   
On admet que  $S_1, S_2$  diffractent de façon quasiment isotrope.

### B) Expression du déphasage

#### 1) Expression générale en fonction du chemin optique

En  $S$  : on a une phase  $\omega t$

En  $M$  : de  $S_1$ , on a une phase  $\omega t + \varphi_1 = \omega(t - t_1)$  ( $t_1$  : temps mis par l'onde pour aller de  $S$  à  $M$  en passant par  $S_1$ ).

On a  $t_1 = \frac{L_1}{c}$  ( $L_1$  : chemin optique :  $L_1 = \int_S^M n ds$  le long du parcours)

$$\text{Ainsi, } \varphi_1 = -\frac{L_1 \omega}{c} = \frac{-2\pi}{\lambda_0} L_1$$

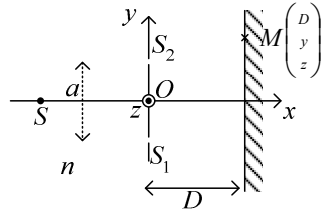
$$\text{De } S_2, \text{ on aura } \varphi_2 = \frac{-2\pi}{\lambda_0} L_2$$

$$\text{On a donc } \varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = -\frac{2\pi}{\lambda_0} (L_2 - L_1) = \frac{2\pi}{\lambda_0} \delta$$

( $\delta = L_1 - L_2$ ) : différence de marche, ou différence de chemin optique)

## 2) Cas d'un milieu homogène

- Expression rigoureuse :



$$\varphi = \frac{2\pi}{\lambda_0} (L_1 - L_2) = \frac{2\pi}{\lambda_0} n(D_1 - D_2) \quad (L = \int n ds)$$

$$\text{Où } D_1 = S_1M, \quad D_2 = S_2M$$

$$\text{Ainsi, } \varphi = \frac{2\pi}{\lambda} (D_1 - D_2) \quad (\lambda = \frac{\lambda_0}{n})$$

- Expression approchée :

On suppose  $D \gg a, x, y$

$$\text{Ainsi, } D_1 = \sqrt{D^2 + (y + \frac{a}{2})^2 + z^2} = D \left( 1 + \frac{1}{2D^2} \left( \left( y + \frac{a}{2} \right)^2 + z^2 \right) \right)$$

$$\text{Et } D_2 = D \left( 1 + \frac{1}{2D^2} \left( \left( y - \frac{a}{2} \right)^2 + z^2 \right) \right)$$

$$\text{Donc } \boxed{D_1 - D_2 = \frac{ay}{D}} \cdot \text{Et } \varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \frac{ay}{D}$$

## C) Figure d'interférence

### 1) Franges

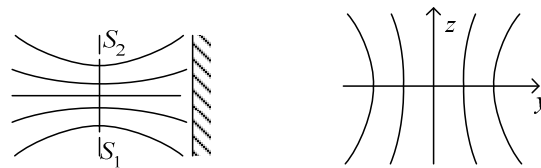
On a des franges claires pour  $\varphi = 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$

Et des franges sombres pour  $\varphi = (2k+1)\pi$

- Rigoureusement :

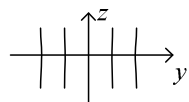
$$\varphi = \text{cte} \Rightarrow D_2 - D_1 = \text{cte}$$

On a donc des hyperboloïdes de foyers  $S_1, S_2$



- Pratiquement :

$$D_2 - D_1 = \text{cte} \Rightarrow y \approx \text{cte}$$



- Franges claires ( $I = I_M$ )

On a  $\varphi_2 - \varphi_1 = 2k\pi$ , donc  $y = k \frac{\lambda D}{a}$

- Franges sombres ( $I = I_m$ )

On a  $\varphi_2 - \varphi_1 = (2k+1)\pi$ , donc  $y = (k + \frac{1}{2}) \frac{\lambda D}{a}$

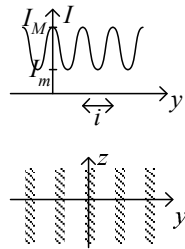
- Interfrange :

C'est un écart pour lequel  $\Delta k = \pm 1$ , soit  $i = \frac{\lambda D}{a}$

## 2) Eclairement de l'écran

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos\left(2\pi \frac{y}{i}\right)$$

Si  $I_1, I_2$  sont indépendants de  $y$  :



## 3) Facteur de visibilité, contraste

On pose  $v = \frac{I_M - I_m}{I_M + I_m} = \frac{\sqrt{I_1 I_2}}{\frac{1}{2}(I_1 + I_2)} = \frac{\text{moyenne géométrique}}{\text{moyenne arithmétique}}$ , contraste.

- On a  $0 < v < 1$
- $v$  correspond à l'écart relatif entre  $I_M$  et  $I_m$
- Si  $v = 0$ ,  $I_m = I_M$

Si  $v = 1$ ,  $I_m = 0$ . On a alors

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos\left(2\pi \frac{y}{i}\right)$$

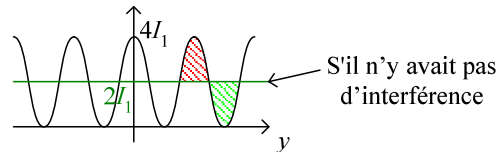
$$= (I_1 + I_2)(1 + v \cos(2\pi \frac{y}{i}))$$

$$= (I_1 + I_2)(1 + \gamma \cos(\varphi))$$

Où  $|\gamma| = v$ .

## 4) Répartition de l'énergie

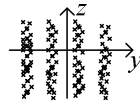
Si  $I_1 = I_2$ , on a alors  $I_m = 0$ ,  $I_M = 4I_1$



Les interférences correspondent donc à une autre répartition de la même énergie.

Interférence photon par photon :

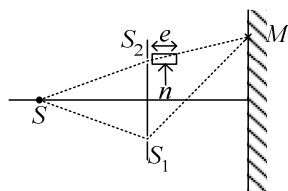
On prend une source lumineuse très faible, émettant les photons quasiment un par un :



On observe effectivement qu'il y a des zones où les photons ont une probabilité nulle de tomber, et d'autres où ils ont au contraire une très forte probabilité.

## D) Déplacement des franges par variation d'indice

### 1) Exemple



$$\text{On a } \varphi_2 - \varphi_1 = \frac{2\pi}{\lambda_0} (L'_1 - L'_2)$$

$$\text{Et } L'_1 - L'_2 = \frac{ay}{D} - e(n-1) \quad (L'_1 = L_1, L'_2 = L_2 + e(n-1))$$

$$\text{Donc } \varphi_2 - \varphi_1 = \frac{2\pi}{\lambda_0} \left( \frac{ay}{D} - (n-1)e \right)$$

$$\text{On pose } Y = y - \frac{(n-1)eD}{a}$$

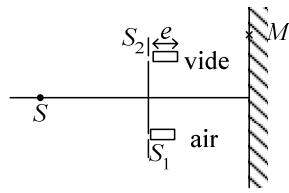
$$\text{Ainsi, } \varphi_2 - \varphi_1 = \frac{2\pi}{\lambda_0} \frac{aY}{D}$$

- On a donc toujours des fentes parallèles à l'axe  $Oy$ .

Toutes les franges sont décalées de  $\Delta y = \frac{(n-1)eD}{a}$  du côté où on a mis la petite lame.

- L'interfrange n'est pas modifié.

## 2) Application : calcul de l'indice de l'air



On place le point  $M$  sur une frange claire.

On laisse ensuite entrer très progressivement l'air dans le tube vide.

A la fin, le point  $M$  est décalé, et on compte combien de franges sont passées par le point  $M$ .

On peut ainsi calculer l'indice de l'air :

Observation : avec  $\lambda_0 = 5890 \text{ \AA}$ , on voit passer 99 franges claires, et le point  $M$  s'arrête sur la frange sombre suivante.

$$\text{Avant : } \Delta L = \delta = k\lambda_0$$

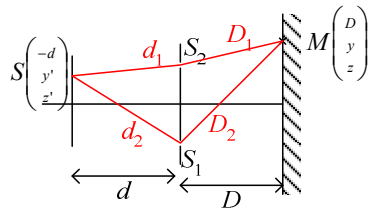
$$\text{Après : } \Delta L = \delta' = (k + 99,5)\lambda_0$$

$$\text{Donc } \delta - \delta' = 99,5\lambda_0 = (n - 1)e$$

$$\text{Soit } n = 1 + \frac{99,5\lambda_0}{e} = 1,000293 \text{ avec } e = 20\text{cm}$$

On peut donc faire des calculs très précis.

## E) Déplacement des franges par décalage du point source



On suppose que  $a, y', z' \ll d$

$$\text{On a } \varphi_2 - \varphi_1 = \frac{2\pi}{\lambda} (D_1 + d_1 - D_2 - d_2) = \frac{2\pi}{\lambda_0} n (D_1 + d_1 - D_2 - d_2)$$

$$\text{Et } D_1 - D_2 = \frac{ay}{D}, \quad d_1 - d_2 = \frac{ay'}{d}$$

$$\text{Donc } \varphi_2 - \varphi_1 = \frac{2\pi a}{\lambda} \left( \frac{y}{D} + \frac{y'}{d} \right)$$

$$\text{En posant } Y = y + \frac{D}{d} y', \text{ on a } \varphi_2 - \varphi_1 = \frac{2\pi a Y}{\lambda_0 D}$$

On a  $\Delta y = -\frac{D}{d} y'$ , donc la figure est translatée en bloc.

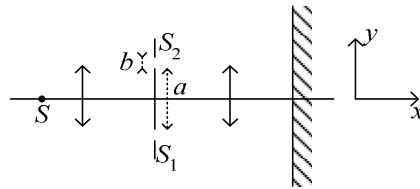
Il n'y a pas de changement si on décale la source selon l'axe  $Oz$ .

L'interfrange n'est pas modifié.

## II Fentes d'Young

### A) Remplacement des trous $S_1, S_2$ par des fentes

#### 1) Dispositif expérimental

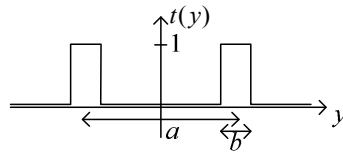


On suppose que les fentes ont une hauteur  $c \gg \lambda$ .

#### 2) Cohérence temporelle

D'après le principe de Huygens-Fresnel, les fentes vont émettre de façon cohérente l'une avec l'autre

#### 3) Amplitude



- Calcul direct :

$$\begin{aligned} \underline{A}(k_y) &= K \left( \int_{-\frac{a}{2}-\frac{b}{2}}^{-\frac{a}{2}+\frac{b}{2}} e^{-ik_y y} dy + \int_{\frac{a}{2}-\frac{b}{2}}^{\frac{a}{2}+\frac{b}{2}} e^{-ik_y y} dy \right) \\ &= K \left( e^{ik_y \frac{a}{2}} \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} e^{-ik_y y'} dy' + e^{-ik_y \frac{a}{2}} \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} e^{-ik_y y'} dy' \right) \\ &= \underbrace{Kb \operatorname{sinc}\left(\frac{k_y b}{2}\right)}_{F \rightarrow \text{diffraction}} \times \underbrace{2 \cos\left(\frac{k_y a}{2}\right)}_{S \rightarrow \text{interférence}} \end{aligned}$$

- Utilisation de la convolution :

$$t(y) = \pi\left(\frac{y}{b}\right) \otimes (\delta(y - \frac{a}{2}) + \delta(y + \frac{a}{2}))$$

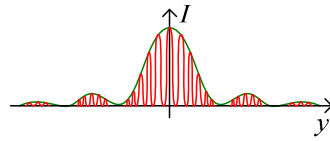
Donc

$$\underline{A}(k_y) = K \mathfrak{F}\left(\pi\left(\frac{y}{b}\right)\right) \times \mathfrak{F}\left(\delta(y - \frac{a}{2}) + \delta(y + \frac{a}{2})\right) = Kb \operatorname{sinc}\left(\frac{k_y b}{2}\right) (e^{ik_y \frac{a}{2}} + e^{-ik_y \frac{a}{2}})$$

#### 4) Intensité

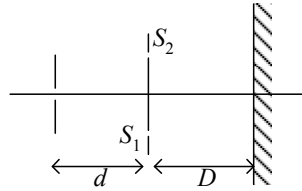
$$\text{On a } I = I_0 \operatorname{sinc}^2\left(\frac{k_y b}{2}\right) \cos^2\left(\frac{k_y a}{2}\right)$$

Pour  $a \gg b$  :



## B) Remplacement du point source par une fente source

### 1) Dispositif



On prend une fente source de largeur  $e$  selon  $y$ ,  $h$  selon  $z$ .

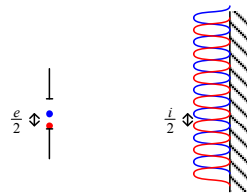
### 2) Cohérence spatiale

- Elargissement de la source :

- Selon  $Oz$  :

Les franges se superposent (il y a un décalage vertical), donc on n'aura pas de changement.

- Selon  $Oy$  :



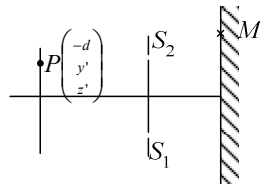
Pour une répartition uniforme (c'est-à-dire un contraste nul), on a  $\frac{e}{d} = \frac{i}{D}$ ,

c'est-à-dire  $e = \frac{id}{D} = \frac{\lambda d}{a}$ . Si la fente est plus petite, il n'y aura pas exactement annulation des interférences.

### 3) Calcul de l'intensité

On fractionne la surface en éléments de surface  $dS = dy' dz'$

- Intensité élémentaire :



Pour une source ponctuelle,

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \varphi, \text{ avec } I_1 = I_2 = I_0$$

$$\text{Soit } I = 2I_0(1 + \cos \varphi) = 2I_0 \left( 1 + \cos \left( \frac{2\pi a}{\lambda} \left( \frac{y}{D} + \frac{y'}{d} \right) \right) \right)$$

Donc pour un élément de surface

$$dI = 2I_0 \frac{dS}{S} \left( 1 + \cos \left( \frac{2\pi a}{\lambda} \left( \frac{y}{D} + \frac{y'}{d} \right) \right) \right)$$

• Intensité résultante :

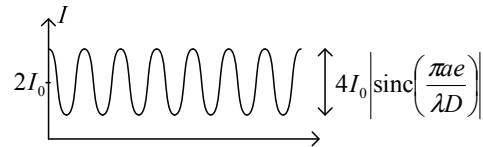
$$I = \frac{2I_0}{eh} \int_{-h/2}^{h/2} \int_{-e/2}^{e/2} dy' dz' \left( 1 + \cos \left( \frac{2\pi a}{\lambda} \left( \frac{y}{D} + \frac{y'}{d} \right) \right) \right)$$

$$= \frac{2I_0}{e} \int_{-e/2}^{e/2} dy' \left( 1 + \cos \left( \frac{2\pi a}{\lambda} \left( \frac{y}{D} + \frac{y'}{d} \right) \right) \right)$$

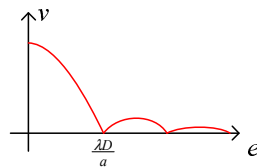
$$= \frac{2I_0}{e} \left( e + e \cos \left( \frac{2\pi a y}{\lambda D} \right) \text{sinc} \left( \frac{2\pi a e}{2\lambda D} \right) \right)$$

$$= 2I_0 \left( 1 + \cos \left( \frac{2\pi a y}{\lambda D} \right) \text{sinc} \left( \frac{2\pi a e}{2\lambda D} \right) \right)$$

$$= 2I_0 \left( 1 + \gamma \cos \left( \frac{2\pi a y}{\lambda D} \right) \right)$$



• Contraste  $v = |\gamma| = \left| \text{sinc} \left( \frac{\pi a e}{\lambda D} \right) \right|$  :



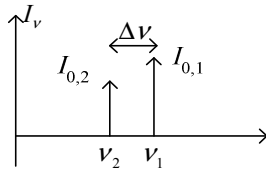
## C) Influence de la répartition spectrale de la source

### 1) Cas d'une raie spectrale double

Pour deux longueurs d'onde  $\lambda_1, \lambda_2 = \lambda_1 + \Delta\lambda$  où  $\frac{\Delta\lambda}{\lambda_1} \ll 1$

Exemple : le sodium  $\lambda_1 = 5890 \text{ \AA}$ ,  $\lambda_2 = 5896 \text{ \AA}$





$$\left(\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = -\frac{\Delta v}{v}\right)$$

- Calcul de l'intensité :

Pour la longueur d'onde  $\lambda_1$ , on aura une intensité  $I_1 = 2I_{0,1}(1 + \cos \varphi)$

Pour la longueur d'onde  $\lambda_2$ ,  $I_2 = 2I_{0,2}(1 + \cos \varphi')$

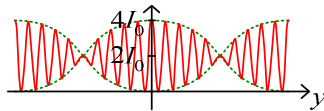
On suppose pour simplifier que  $I_{0,2} = I_{0,1} = \frac{I_0}{2}$  (faux pour le sodium)

$$\text{Ainsi, } I_1 = I_0 \left(1 + \cos\left(\frac{2\pi ay}{\lambda_1 D}\right)\right), \quad I_2 = I_0 \left(1 + \cos\left(\frac{2\pi ay}{\lambda_2 D}\right)\right)$$

Donc comme les sources de  $\lambda_1$  et  $\lambda_2$  sont incohérentes :

$$\begin{aligned} I &= I_1 + I_2 = 2I_0 \left[1 + \cos\left(\frac{\pi ay}{D} \left(\frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2}\right)\right) \cos\left(\frac{\pi ay}{D} \left(\frac{1}{\lambda_1} + \frac{1}{\lambda_2}\right)\right)\right] \\ &= 2I_0 \left(1 + \cos\left(\frac{\pi ay}{\lambda D} \frac{\Delta\lambda}{\lambda}\right) \cos\frac{2\pi ay}{\lambda D}\right) \\ &= 2I_0 \left(1 + \gamma \cos\frac{2\pi ay}{\lambda D}\right) \end{aligned}$$

( $\gamma$  dépend de  $y$ )



On a donc un battement spatial.

- Contraste :

$$v = |\gamma| = \left| \cos\left(\frac{\pi ay}{\lambda d} \frac{\Delta\lambda}{\lambda}\right) \right| = v(y)$$

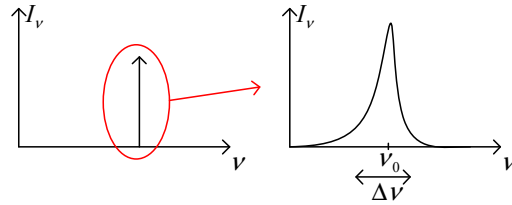
$$v(y) = 0 \Leftrightarrow \frac{\pi ay}{\lambda^2 d} \Delta\lambda = \frac{\pi}{2} \Leftrightarrow \frac{y}{i} = \frac{\lambda}{2\Delta\lambda} \quad (i = \frac{\lambda d}{a})$$

Pour le sodium :

$$\lambda \sim 6000 \text{ \AA}, \quad \Delta\lambda \sim 6 \text{ \AA}$$

$$\text{Donc } \frac{y}{i} = 500$$

## 2) Influence de la largeur spectrale d'une raie



Pour une source ponctuelle, monochromatique,

$$I = 2I_0(1 + \cos \varphi), \text{ où } \varphi = \frac{2\pi ay}{\lambda D}$$

Ici,  $I_0 \rightarrow I_\nu d\nu$

$$\text{Donc } dI = 2I_\nu d\nu \left( 1 + \cos \left( \frac{2\pi ay}{cD} n \nu \right) \right)$$

$$\text{Puis } I = 2 \int_0^{+\infty} I_\nu (1 + \text{Re}(e^{i \frac{2\pi ay}{cD} n \nu})) d\nu = 2I_0 + 2 \text{Re} \left( \int_0^{+\infty} I_\nu(\nu) e^{i \frac{2\pi ay}{cD} n \nu} d\nu \right)$$

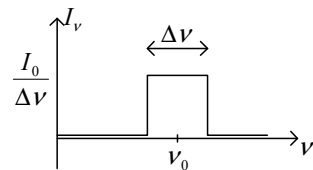
$$(I_0 = \int_0^{+\infty} I_\nu d\nu)$$

Et on reconnaît dans  $\int_0^{+\infty} I_\nu(\nu) e^{i \frac{2\pi ay}{cD} n \nu} d\nu$  une transformée de Fourier.

La transformée est bijective : à partir de la figure d'interférence, on peut identifier la forme de la répartition spectrale (spectrométrie par transformée de Fourier)

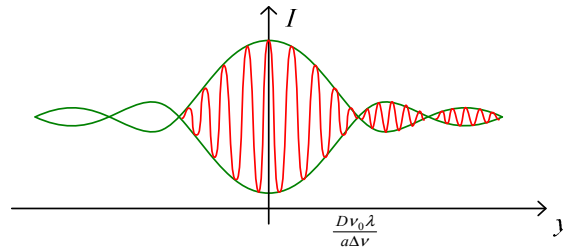
## 3) Cas d'une répartition rectangulaire

- Intensité :



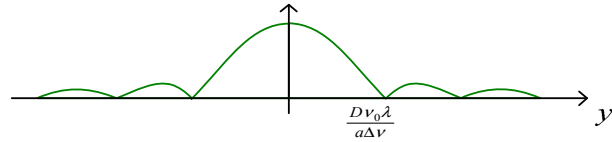
On a alors

$$I = 2I_0 \left( 1 + \text{sinc} \left( \frac{\pi ay}{\lambda D} \frac{\Delta \nu}{\nu_0} \right) \cos \left( \frac{2\pi ay}{\lambda D} \right) \right) = 2I_0 \left( 1 + \gamma(y, \Delta \nu) \cos \left( \frac{2\pi ay}{\lambda D} \right) \right)$$



- Contraste :

$$\nu = |\gamma| ; \text{ le contraste s'annule en } \frac{D\nu_0\lambda}{a\Delta\nu}$$

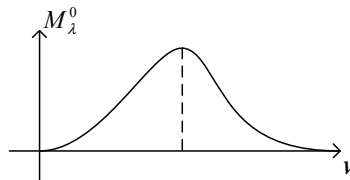


On a à la première annulation :  $\frac{ay}{D} = \frac{c}{\Delta\nu} = c\tau_c = L_c$  (longueur de cohérence)

Ainsi, la différence de marche est égale à la longueur de cohérence : le premier train d'onde vient de finir d'arriver quand le deuxième arrive.

#### 4) Interférence en lumière blanche

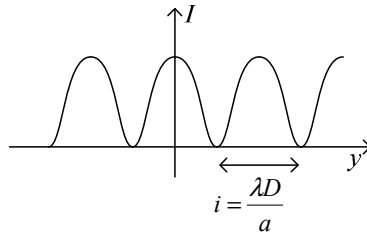
Pour un corps noir :



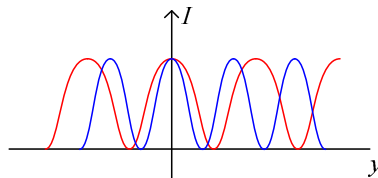
• Observations sur un écran :

La lumière blanche provient d'une superposition de sources incohérentes de longueurs d'onde différentes.

Pour une onde monochromatique :



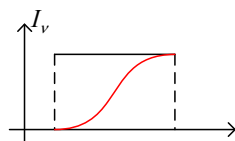
On aura donc pour des longueurs d'onde correspondant au rouge et bleu :



On a donc :

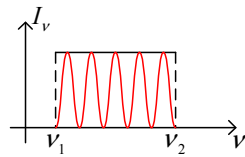
- Une frange centrale blanche
- Un peu plus loin, des franges irisées
- Encore plus loin, un blanc d'ordre supérieur :

Pour une courbe générale, par exemple de la forme :



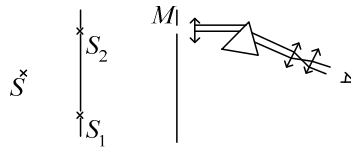
Lorsqu'on coupe une partie du spectre, on voit le complémentaire.

Ici, on a une coupe de la forme :



Ainsi, l'œil voit blanc (les coupes sont trop resserrées), mais pas un blanc normal.

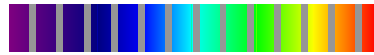
- Analyse au spectroscopie :



- Ordre d'interférence en  $M$  :

$$p = \frac{\varphi}{2\pi} = \frac{\delta}{\lambda_0} = \frac{ay}{\lambda D}, \text{ dépendant de } \lambda.$$

- On observe le spectre de la lumière blanche, mais avec certaines parties plus sombres que d'autres :



(Spectre cannelé)

- (1) Cannelures claires :

C'est lorsque  $p = k, k \in \mathbb{Z}$ , soit  $\lambda = \frac{1}{k} \frac{ay}{D}$

- (2) Cannelures sombres :

$$\lambda = \frac{1}{k + \frac{1}{2}} \frac{ay}{D}$$

- Exemple :

Pour  $a = 10^{-4} \text{ m}$ ,  $D = 1 \text{ m}$  :

- (1) Si  $y = 3,4 \text{ cm}$ , on a des cannelures brillantes pour  $4,2 < p < 8,5$  (4,2 et 8,5 correspondent à  $p$  pour le rouge et le bleu)

Ainsi, on peut avoir  $k = 5, 6, 7, 8$

- (2) Si maintenant on déplace  $M$  progressivement à partir de  $O$  (milieu de l'écran) :

En  $O$ , on voit tout le spectre.

En montant, à  $k$  fixé, quand  $y$  augmente,  $\lambda$  va aussi augmenter.

Si on monte progressivement à partir de  $O$  : on voit une grosse cannelure sombre apparaître dans le bleu et se déplacer vers le rouge en se resserrant peu à peu ; avant qu'elle ne soit totalement sortie, une autre apparaît dans le bleu, un peu plus resserrée,...

### III Autres dispositifs interférentiels par division du front d'onde

#### A) Principe

A partir d'une seule source (cohérence temporelle) ponctuelle (cohérence spatiale), on forme deux sources secondaires cohérentes.

On a ainsi :

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \varphi$$

$$= I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \frac{2\pi y}{i}$$

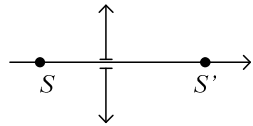
Où  $i$  est l'interfrange,  $i = \frac{\lambda D}{a}$

$$\Delta L = \delta = \frac{nay}{D} + \Delta L_0 \text{ où :}$$

$\Delta L$  est la différence de chemin optique,  
 $\Delta L_0$  la différence de marche entre  $SS_1$  et  $SS_2$ .

### B) Bilentilles de Billet

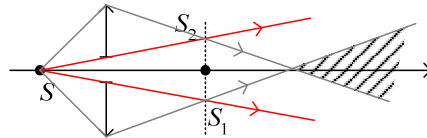
On prend une lentille simple, qu'on coupe en deux sur son diamètre :



( $S'$  est l'image de  $S$  par la lentille si elle était restée collée)

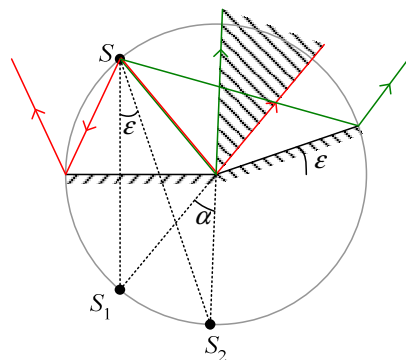
Pour construire géométriquement l'image de  $S$ , on peut considérer qu'un rayon passant par le centre (coupé en deux) ne sera pas dévié, et une lentille (même coupée en deux) vérifie l'aplanétisme, c'est-à-dire que les images de points dans un même plan vertical seront aussi dans un plan vertical.

Ainsi, les deux images de chaque  $\frac{1}{2}$  lentille sont dans un même plan :



On aura donc deux sources secondaires, qui pourront interférer dans la zone hachurée (on a ainsi des interférences non localisées)

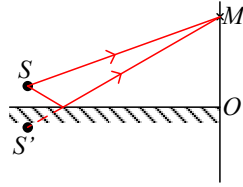
### C) Miroirs de Fresnel



On note  $a = S_1 S_2$ . On a  $\alpha = 2\varepsilon$  (l'angle au centre  $\alpha$  intercepte le même arc  $S_1 S_2$  que l'angle au sommet  $\varepsilon$ )

Ainsi,  $a = S_1 S_2 \approx R \times 2\varepsilon$  ( $\varepsilon$  doit être petit pour que  $S_1$  soit proche de  $S_2$ )

### D) Miroir de Lloyd



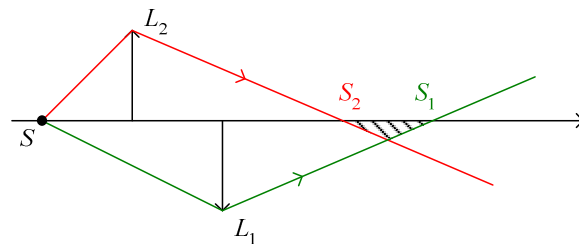
- Il est moins pratique que les miroirs de Fresnel : pour les miroirs de Fresnel, on avait  $I_1 = I_2$ . Ici, on a en général  $I_2 < I_1$ , donc on a un moins bon contraste.
- Intérêt :

En  $O$  (à proximité), on devrait avoir *géométriquement*  $\delta(O) = 0$ , c'est-à-dire une frange claire en  $O$ .

En fait, on observe une frange sombre : il y a un déphasage à la réflexion, donc  $\delta(O) = \frac{\lambda_0}{2}$ . On a ainsi pu mettre en évidence expérimentalement le déphasage de  $\pi$  à la réflexion.

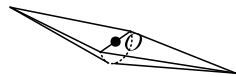
### E) Bilentilles de Meslin

On ne décale pas les lentilles dans la même direction que pour les bilentilles de Billet :



#### 1) Champ d'interférence

On obtient deux  $\frac{1}{2}$  cônes :



#### 2) Forme des franges

On a, sur une frange

$$\Delta L(M) = L(SS_2) + L(S_2M) - (L(SS_1) - L(S_1M))$$

$$= \text{cte}$$

(Pour la source 2, le rayon passe par  $M$  après être passé par la source, d'où le +, et pour la source 1, il passe avant, d'où le -)

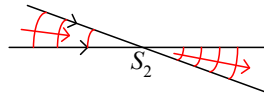
$L(SS_1)$  et  $L(SS_2)$  sont indépendants du rayon (principe de Fermat)

Ainsi, pour un frange,  $L(S_2M) + L(S_1M) = \text{cte}$

Dans un milieu homogène, on a alors  $S_2M + S_1M = \text{cte}$ , ce qui correspond à l'équation d'une ellipsoïde de foyers  $S_1$  et  $S_2$  (coupée en deux)

En  $O$ , les deux rayons ont parcouru le même chemin optique, donc géométriquement,  $\delta(O) = 0$ , c'est-à-dire qu'on devrait avoir une frange claire.

En fait, on a une frange sombre : on peut montrer que lorsque la lumière passe par un de ses foyers, il y a un déphasage de  $\pi$  :



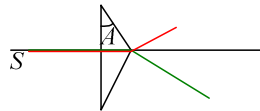
Comme en  $O$  l'un des deux rayons est déjà passé par son foyer, on aura

$$\delta(O) = \frac{\lambda_0}{2}, \text{ d'où la frange sombre.}$$

On a ainsi encore mis en évidence expérimentalement le fait qu'on a un déphasage.

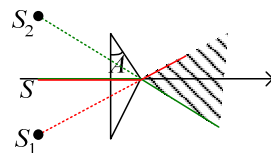
## F) Biprisme de Fresnel

### 1) Dispositif



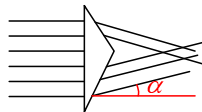
- Source à distance finie :

On peut montrer que le prisme est approximativement stigmatique, et que l'image est dans le plan de  $S$  :

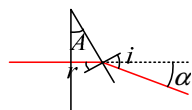


( $S_1S_2 = l(n-1)A$ ,  $l$  étant la distance de  $S$  à la pointe du prisme)

- A l'infini :



### 2) Calcul de la direction

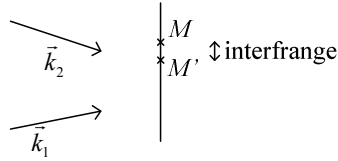


On a  $\alpha = i - r$ ,  $\sin i = n \sin r$  donc  $i \approx nr$

Et  $r = A$ , donc  $\alpha = (n-1)A$ .

### 3) Calcul de l'interfrange

On place deux points  $M, M'$  à une distance  $d$  d'un interfrange :

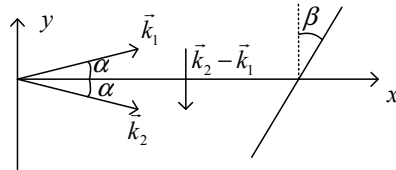


On aura donc un déphasage entre  $M$  et  $M'$  :

On aura  $\varphi(M') - \varphi(M) = \pm 2\pi$

Donc  $\varphi'_2 - \varphi'_1 - (\varphi_2 - \varphi_1) = \pm 2\pi$ , c'est-à-dire  $(\varphi'_2 - \varphi_2) - (\varphi'_1 - \varphi_1) = \pm 2\pi$

Donc  $\vec{k}_2 \cdot \vec{MM}' - \vec{k}_1 \cdot \vec{MM}' = \pm 2\pi$  ou  $(\vec{k}_2 - \vec{k}_1) \cdot \vec{MM}' = \pm 2\pi$

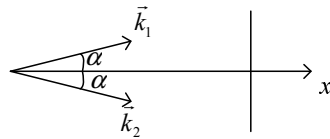


On a avec les notations du dessin :  $2 \frac{2\pi}{\lambda} \sin \alpha \times i \cos \beta = 2\pi$

Donc  $i = \frac{\lambda}{2 \sin \alpha \cos \beta}$

Cas particuliers :

- Si  $\beta = 0$ ,  $i = \frac{\lambda}{2 \sin \alpha}$



- Si  $\beta = \alpha$ ,  $i = \frac{\lambda}{\sin 2\alpha} \approx \frac{\lambda}{2\alpha}$

