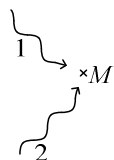


# Chapitre 22 : Généralités sur les interférences

## I Interférence de deux vibrations scalaires sinusoïdales synchrones

### A) Amplitude et intensité résultantes



En  $M$  :

$$A_1(t) = A_{1,0} \cos(\omega t + \varphi_1) = \text{Re}(\underline{A}_1 e^{-i\omega t})$$

$$A_2(t) = A_{2,0} \cos(\omega t + \varphi_2) = \text{Re}(\underline{A}_2 e^{-i\omega t})$$

#### 1) Amplitude résultante

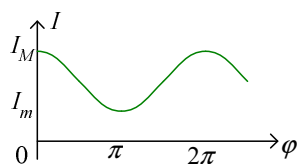
$$\text{On a } A(t) = A_1(t) + A_2(t)$$

$$\text{Donc } \underline{A} = \underline{A}_1 + \underline{A}_2$$

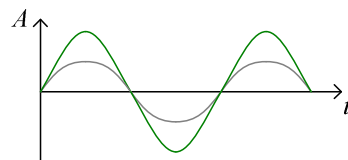
#### 2) Intensité résultante

$$\begin{aligned} I &= \underline{A}\underline{A}^* = \underline{A}_1\underline{A}_1^* + \underline{A}_2\underline{A}_2^* + \underline{A}_1\underline{A}_2^* + \underline{A}_2\underline{A}_1^* \\ &= \underbrace{A_{1,0}^2}_{I_1} + \underbrace{A_{2,0}^2}_{I_2} + 2A_{1,0}A_{2,0} \underbrace{\cos(\varphi_2 - \varphi_1)}_{\varphi} \end{aligned}$$

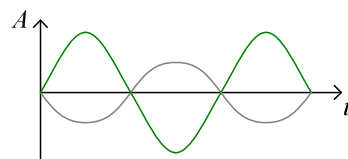
$$\text{Donc } \boxed{I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \varphi}$$



$$\text{Si } \varphi = 0 \text{ [} 2\pi \text{]}, I = I_M = (A_{1,0} + A_{2,0})^2$$



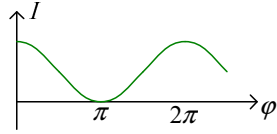
$$\text{Si } \varphi = \pi \text{ [} 2\pi \text{]}, I = I_m = (A_{1,0} - A_{2,0})^2$$



### 3) Cas particulier

Si  $I_1 = I_2 = I_0$ ,

$$I = 2I_0(1 + \cos \varphi) = 4I_0 \cos^2 \frac{\varphi}{2}$$



## B) Condition d'interférence

### 1) Superposition des vibrations

Il faut pouvoir sommer les amplitudes :  $A(t) = A_1(t) + A_2(t)$

- Pour les ondes électromagnétiques, cela découle des équations de Maxwell, qui sont linéaires.
- Dans d'autres domaines, ce n'est pas toujours vrai.

### 2) Vibrations scalaires

$$\vec{E} = \vec{E}_1(t) + \vec{E}_2(t) :$$

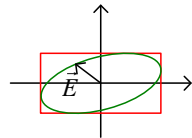
- Pour des ondes vectorielles de même direction :

$$\vec{E}_1(t) = E_1(t)\vec{u} , \vec{E}_2(t) = E_2(t)\vec{u}$$

Donc  $\vec{E}(t) = E(t)\vec{u}$  où  $E(t) = E_1(t) + E_2(t)$

- Ondes vectorielles orthogonales :

$$\vec{E}_1 = E_{1,0} \cos(\omega t + \varphi_1)\vec{u}_x , \vec{E}_2 = E_{2,0} \cos(\omega t + \varphi_2)\vec{u}_y$$

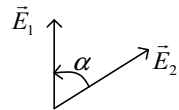


$$\vec{E} = E_1\vec{u}_x + E_2\vec{u}_y$$

$$I = \frac{1}{2\mu_0 c} \vec{E} \cdot \vec{E}^* = \frac{1}{2\mu_0 c} (E_1 E_1^* + E_2 E_2^*) = I_1 + I_2$$

Il n'y a pas d'interférence.

- Cas général :



Il y aura un terme supplémentaire dans le produit  $\frac{1}{2\mu_0 c} \vec{E} \cdot \vec{E}^*$ , donc on aura

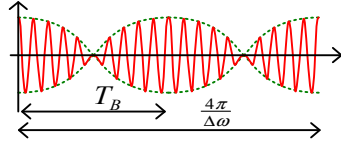
une interférence.

$$\text{On aura alors } I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \alpha \cos \varphi$$

### 3) Vibrations asynchrones

Si  $A_1(t) = A_0 \cos \omega t$ ,  $A_2(t) = A_0 \cos((\omega + \Delta\omega)t)$  où  $\Delta\omega \ll \omega$ , on aura un phénomène de battements :

$$A(t) = 2A_0 \cos\left(\omega t + \frac{\Delta\omega}{2}t\right) \cos\left(\frac{\Delta\omega}{2}t\right) = 2A_0 \underbrace{\cos(\omega t)}_{\text{variation rapide } T = \frac{2\pi}{\omega}} \times \underbrace{\cos\left(\frac{\Delta\omega}{2}t\right)}_{\text{variation lente } T_B = \frac{2\pi}{\Delta\omega}}$$



Intensité : on a  $I = 2 \langle A(t)^2 \rangle = 8A_0^2 \langle \cos^2(\omega t) \cos^2\left(\frac{\Delta\omega}{2}t\right) \rangle$

Influence du détecteur :

Un détecteur ne détecte pas les variations en dessous d'un certain seuil (pour l'œil,  $\tau_D = 4.10^{-2} \text{ s}$ )

On a pour tous les détecteurs  $\tau_D \gg T \sim 10^{-15} \text{ s}$ , donc le terme en  $\cos^2 \omega t$  est systématiquement moyenné par tous les détecteurs.

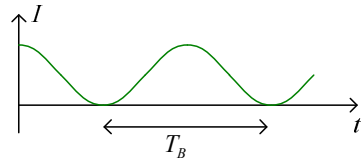
On peut par contre avoir  $\tau_D$  inférieur ou supérieur à  $T_B$

Pour un détecteur « lent » ( $\tau_D \gg T_B \gg T$ ) :

On aura  $I = 2A_0^2 = 2I_0$

Pour un détecteur « rapide » ( $T_B \gg \tau_D \gg T$ ) :

$$I = 4A_0^2 \cos^2 \frac{\Delta\omega}{2}t = 4I_0 \cos^2 \frac{\Delta\omega}{2}t$$



### 4) Vibrations cohérentes

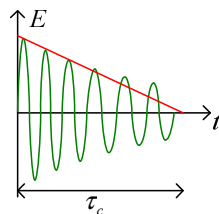
- Définition :

C'est lorsque  $\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$  est indépendant de  $t$  ( $\varphi_1, \varphi_2$  séparément peuvent en dépendre). Ainsi,  $I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \varphi$  est indépendant de  $t$ .

- Temps de cohérence :

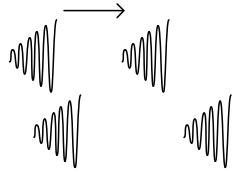
- Emission de trains d'onde :

Un atome excité va rayonner un champ électromagnétique amorti :



La durée caractéristique de rayonnement  $\tau_c$  s'appelle le temps de cohérence.

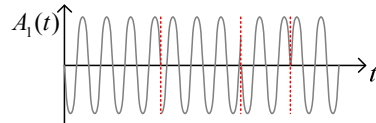
On aura donc des trains d'onde :



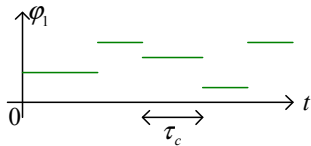
(Le premier graphe représente le champ *émis*, décroissant, donc le champ *reçu* est maximal au début puis diminue)

Autre modèle :

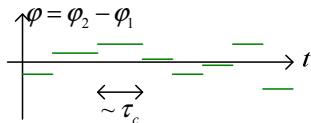
En  $M$  :



- Déphasage :



Donc pour la différence de phase :



• Intensité détectée :

On a

$$\begin{aligned}
 I &= 2 \langle (A_{1,0} \cos(\omega t + \varphi_1) + A_{2,0} \cos(\omega t + \varphi_2))^2 \rangle \\
 &= 2A_{1,0}^2 \langle \cos^2(\omega t + \varphi_1) \rangle + 2A_{2,0}^2 \langle \cos^2(\omega t + \varphi_2) \rangle \\
 &\quad + A_{1,0}A_{2,0} (\langle \cos(2\omega t + \varphi_1 + \varphi_2) \rangle + \langle \cos(\varphi_1 - \varphi_2) \rangle)
 \end{aligned}$$

- Détecteur lent :

On a  $\tau_D \gg \tau_c \gg T$

$$\text{Donc en moyenne } I = 2(\frac{1}{2} A_{1,0}^2 + \frac{1}{2} A_{2,0}^2) = I_1 + I_2$$

- Détecteur rapide :

On a  $\tau_c \gg \tau_D \gg T$

$$\text{Donc } I = 2(\frac{1}{2} A_{1,0}^2 + \frac{1}{2} A_{2,0}^2 + A_{1,0}A_{2,0} \cos(\varphi_2 - \varphi_1)) = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \varphi(t)$$

Remarque :

La détection dépend de la source ( $\tau_c$ ), du détecteur ( $\tau_D$ ).

Pour les sources classiques (lampe), on a  $\tau_c \ll \tau_D$  quel que soit le détecteur

Pour des lasers, on peut avoir  $\tau_D < \tau_c$  (on a des grands trains d'onde)

Pour des ondes hertziennes : au choix (selon l'antenne émettrice)

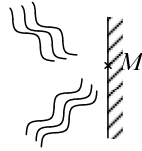
• Conclusion opérationnelle :

- Si  $\tau_D < \tau_c$ , alors les vibrations sont cohérentes pour le détecteur : on peut sommer les vibrations :  $\underline{A} = \underline{A}_1 + \underline{A}_2$

$$\text{Donc } I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \varphi \text{ (interférence)}$$

- Si  $\tau_c < \tau_D$ , les vibrations ne sont pas cohérentes, et  $I = I_1 + I_2$ .  
(pas d'interférence)

### C) Figure d'interférence



Champ d'interférence : zone où les vibrations se superposent et où on est susceptible d'observer des interférences

#### 1) Ordre d'interférence (en $M$ )

On pose  $p = \frac{\varphi}{2\pi}$ , ordre d'interférence.

#### 2) Différence de marche (en $M$ )

On pose  $\delta = \frac{\varphi}{2\pi} \lambda_0$ .

Ainsi,  $I = I_M \Leftrightarrow \varphi = 2k\pi, k \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow p = k, k \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow \delta = k\lambda_0, k \in \mathbb{Z}$

Et  $I = I_m \Leftrightarrow \varphi = (2k+1)\pi, k \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow p = k + \frac{1}{2}, k \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow \delta = (k + \frac{1}{2})\lambda_0, k \in \mathbb{Z}$

### D) Aspect corpusculaire des interférences

#### 1) Dualité onde–corpuscule

- On explique les interférences avec un aspect ondulatoire.  
Comment les expliquer avec des flux de photons ?  
(Les photons n'interagissent pas les uns avec les autres)
- Point de vue quantique :
  - Un photon n'a de réalité physique qu'une fois qu'il a été détecté (On ne parle pas normalement de « flux de photons »)
  - Ce qui est important, c'est la probabilité  $dp$  qu'il soit dans un volume  $d\tau$  si on tente de le détecter dans ce volume.

#### 2) Interprétation quantique des interférences

Les endroits où  $E$  est important sont là où on a la plus grande probabilité de trouver des photons :  $\frac{dp}{d\tau} \propto E^2$

Ainsi, ce sont les densités de probabilité qui interfèrent entre elles, et non les photons.

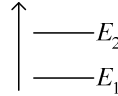
## II Sources lumineuses

### A) Emission lumineuse

#### 1) Sources classiques

- Atome :

Pour un atome à deux niveaux d'énergie :



Une décharge électrique permet à un atome dans son état fondamental ( $E_1$ ) d'être excité et atteindre  $E_2$ . Il va ensuite se désexciter et émettre un photon.

- Fréquence de vibration :

$$\text{On a } h\nu_0 = E_2 - E_1$$

Remarque :

Ce n'est pas tout à fait vrai :

Déjà, le rayonnement ne peut pas être monochromatique car il est de longueur finie

L'atome étant isolé, la quantité de mouvement de l'ensemble photon + atome ne change pas, et l'atome part donc en arrière. Ainsi, une partie de l'énergie  $E_2 - E_1$  sera laissée à l'atome.

- Durée du train d'onde

(1) Modèle statistique :

On considère une collection d'atomes excités,  $N_0$  à l'instant  $t = 0$ .

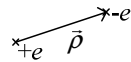
A l'instant  $t$ , on note  $N(t)$  le nombre d'atomes restant.

Pendant  $dt$ , un atome a une probabilité  $dp = \frac{dt}{\tau_c}$  de se désexciter.

$$\text{Donc } \frac{-dN}{N} = \frac{dt}{\tau_c} \quad (-dN : \text{nombre d'atomes qui se désexcitent pendant } dt)$$

$$\text{Ainsi, } N = N_0 e^{-t/\tau_c}$$

(2) Modèle de l'électron élastiquement lié :



D'après le principe fondamental de la dynamique,  $m\ddot{\vec{\rho}} = -m\omega_0^2\vec{\rho} - m\gamma\dot{\vec{\rho}}$

$$\text{Donc } \ddot{\vec{\rho}} + \gamma\dot{\vec{\rho}} + \omega_0^2\vec{\rho} = \vec{0}$$

On a donc l'équation caractéristique  $\lambda^2 + \gamma\lambda + \omega_0^2 = 0$

$$\text{De racines } \lambda \approx \frac{-\gamma}{2} \pm i\omega_0 \quad (\gamma^2 \ll 4\omega_0^2)$$

$$\text{Donc } \vec{\rho}(t) = \vec{\rho}_0 e^{-\gamma t/2} \cos(\omega_0 t)$$

Mais  $\vec{E} \propto \vec{\rho}$

$$\text{Donc } \vec{E}(t) = \vec{E}_0 e^{-\gamma t/2} \cos(\omega_0 t)$$

$$\text{Donc } I = I_0 e^{-\gamma t}$$

$$\text{On a donc la relation } \gamma = \frac{1}{\tau_c}$$

(3) Dans le modèle statistique,  $\tau_c$  diminue avec le nombre de chocs entre atomes. Dans l'autre modèle, lorsqu'il y a des chocs,  $\gamma$  augmente.

(4) Longueur de cohérence : on pose  $L_c = \tau_c c$

• Onde émise :

Les rayonnements émis par chaque atome sont indépendants les uns des autres. On aura donc un temps de cohérence très faible.

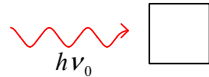
Donc quel que soit le détecteur, on aura toujours  $\tau_c < \tau_D$

On a donc une onde incohérente.

## 2) Sources laser

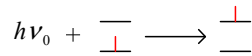
• Désexcitation stimulée :

On suppose toujours que les atomes ont deux niveaux d'énergie.

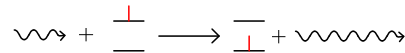


On envoie des photons d'énergie  $h\nu_0 = E_2 - E_1$

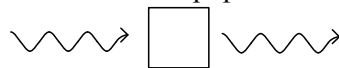
(1) Si l'atome est dans l'état fondamental ( $E_1$ ), le photon a une certaine probabilité d'être absorbé :



(2) Si l'atome est déjà dans l'état  $E_2$ , il y a une probabilité pour que le photon soit absorbé et que l'atome se désexcite en émettant deux photons en même temps : on aura alors un train d'onde deux fois plus long



• Inversion de population :



L'onde sortante sera amortie si il y a plus de (1) que (2) qui se produisent, et amplifiée sinon.

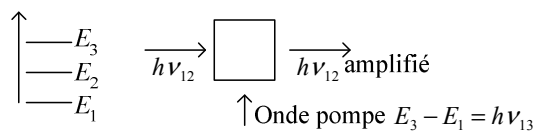
On peut montrer que la condition d'amplification est  $\frac{n_2}{n_1} > 1$ , où  $n_2$  est le nombre d'atomes excités par unité de volume,  $n_1$  le nombre d'atomes non excités.

- A l'équilibre thermodynamique,  $\frac{n_2}{n_1} = e^{-\frac{E_2 - E_1}{k_B T}} < 1$

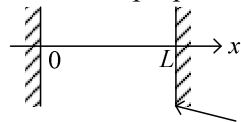
Il faut donc faire en sorte d'inverser la population.

- Pompage optique :

On suppose cette fois que les atomes ont trois niveaux d'énergie :



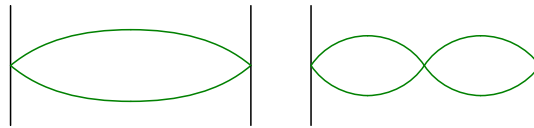
- Cavity résonnante :
- Modes propres d'une cavité :



Miroirs parfaitement réfléchissants

(1) Ondes stationnaires :  $\vec{E} = f(\vec{r})e^{-i\omega.t}$

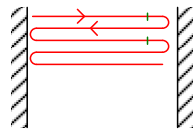
On a une onde sinusoïdale, avec un nœud en  $x=0$  et  $x=L$



On doit avoir  $L = \frac{k\lambda}{2}$ , où  $k \in \mathbb{N}^*$

Puis  $\vec{E} = \vec{E}_0 \sin\left(\frac{k\pi}{L}x\right)e^{-i\omega.t}$  ( $\vec{E}_0 \cdot \vec{u}_x = 0$ )

(2) Autre point de vue : onde progressive :

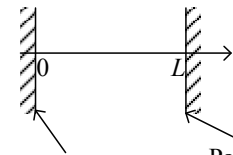


On a un déphasage  $\frac{2\pi}{\lambda} \times 2L + \pi + \pi$

Donc pour une interférence constructive, il faut  $\frac{2\pi}{\lambda} \times 2L + \pi + \pi = 0 [2\pi]$

Donc  $\frac{2L}{\lambda} = k \in \mathbb{N}$

- Cavity laser :



Totalement réfléchissant

Pas totalement réfléchissant (à 99%)

(1) Ondes sinusoïdales : on a un nœud en  $x=0$ , et un quasi-nœud en  $x=L$ , donc  $E$  peut sortir.

(2) Ondes progressives :

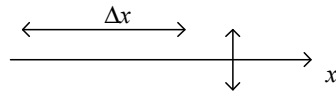
Si on a réussi à inverser la population d'atomes excités et non excités, le photon a plus de chance de « recevoir » d'autres photons au cours d'un aller-retour que de sortir par le miroir : lorsqu'ils sortent, il y a environ  $10^6$  photons ensembles. On a donc des grands trains d'onde.

Résumé :

- Cavity : oscillateur avec des fréquences propres  $\nu_k = \frac{kc}{2L}$
- Pompe : oscillations divergentes dans la cavité
- Une perturbation dans la cavité fait naître une oscillation divergente (la cavité doit être accordée à la fréquence correspondant à la désexcitation)
- On a des fuites permettant à l'onde de sortir.



- Propriétés du rayonnement laser :



Les trains d'onde sont non seulement très longs, mais aussi très larges (de l'ordre du millimètre)

Temps de cohérence élevé :

On a  $\Delta x = L_c = c \tau_c$ , et  $\tau_c \sim 10^{-2}$  s

Donc  $L_c \sim 3 \cdot 10^6$  m

$\tau_c \Delta \omega \sim 2\pi$ , donc  $\Delta \omega \sim \frac{2\pi}{\tau_c}$ , très faible. On a donc une onde quasiment

monochromatique :

$$\frac{\omega}{\Delta \omega} = \frac{c \tau_c}{\lambda} = \frac{L_c}{\lambda} \sim 10^{12} \text{ (pour } \lambda \sim 10^{-6} \text{ m)}$$

On peut mesurer des interférences (pas avec les yeux)

On a  $\Delta k_y \Delta y \sim 2\pi$ ,  $\Delta k_z \Delta z \sim 2\pi$ , donc on a aussi une très bonne directivité

(le faisceau diverge peu)

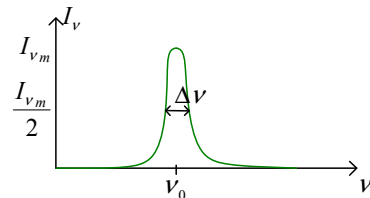
(LASER : Light Amplification of Stimulated Emission of Radiation)

## B) Largeur spectrale d'une source

Si  $\omega_0$ ,  $\nu_0$  désigne la pulsation/la fréquence centrale, on a une largeur  $\Delta \omega$ ,  $\Delta \nu$  autour de cette fréquence.

### 1) Distribution d'intensité spectrale

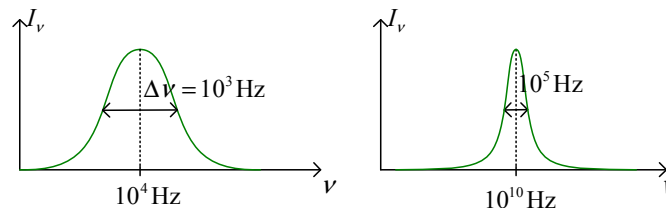
On note  $dI = I_\nu d\nu$ , où  $dI$  est l'intensité correspondant à une fréquence comprise entre  $\nu$  et  $\nu + d\nu$  ( $I_\nu$  : densité spectrale d'intensité)



- On a  $I = \int_0^{+\infty} I_\nu d\nu \approx \int_{\nu_0 - 3\Delta\nu}^{\nu_0 + 3\Delta\nu} I_\nu d\nu$

- Monochromaticité :

Comment définir la monochromaticité ? par  $\Delta \nu$  ?



Il est plus pertinent de prendre  $F = \frac{\nu_0}{\Delta \nu}$  (finesse)

- Source monochromatique :

On aurait  $I_\nu = I_0 \delta(\nu - \nu_0)$

- Résolution du profil spectral :

$\Delta\nu_D$  la résolution de l'appareil de mesure, c'est-à-dire la plus petite variation de fréquence donnant lieu à une différence du signal de sortie.

Pour voir le profil spectral, il faut donc que  $\Delta\nu_D \ll \Delta\nu$

## 2) Origine de la largeur spectrale

- Largeur naturelle :

- L'état excité d'un atome a une durée de vie  $\tau_n$  finie, et  $\Delta\omega\tau_n \sim 2\pi$

Donc  $\Delta\nu \sim \frac{1}{\tau_n}$

- Ordres de grandeur (pour des sources classiques) :

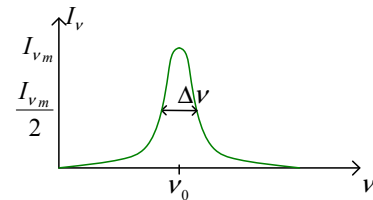
Pour  $P = 1 \text{ bar}$ ,  $\Delta\nu \sim 10^8 \text{ Hz}$  ( $\nu_0 \sim 10^{14} \text{ Hz}$ )

A pression réduite : on peut atteindre  $\Delta\nu \ll 10^8 \text{ Hz}$

- Distribution lorentzienne :

On peut montrer que lorsqu'on a uniquement une largeur naturelle, on a

$$I_\nu(\nu) = \frac{A}{1 + B(\nu - \nu_0)^2}$$



(1) On a une courbe symétrique

(2)  $A = I_m$

(3)  $B(\nu - \nu_0)^2 = 1 \Leftrightarrow \nu = \nu_0 \pm \frac{1}{\sqrt{B}} \Leftrightarrow \Delta\nu = \frac{2}{\sqrt{B}}$

Donc  $\frac{1}{\tau_n} = \frac{2}{\sqrt{B}}$ , et  $B = 4\tau_n^2$

Ainsi,  $I_\nu = \frac{I_{\nu_m}}{1 + 4\tau_n^2(\nu - \nu_0)^2}$

- Largeur Doppler :

- Elle est liée à l'effet Doppler

(1) Atome immobile dans (R) :

•  $\nu = \nu_0$

(2) Atome en mouvement dans (R) :

•  $\nu = \nu_0 + \delta\nu$

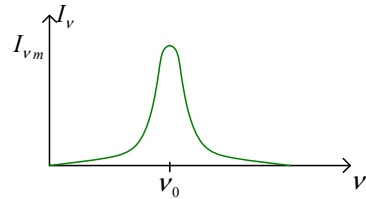
Avec  $\frac{\delta\nu}{\nu_0} = \frac{v_x}{c}$

- Agitation thermique :

$$\text{Probabilité d'une vitesse } v_x : dp = C \exp\left(-\frac{1}{2} \frac{mv_x^2}{k_B T}\right) dv_x$$

- Distribution gaussienne :

$$\text{On a } I_v = A \exp\left(-\frac{(v-v_0)^2}{2\sigma^2}\right)$$



(1) La courbe est toujours symétrique par rapport à  $v_0$ .

(2) On a un résultat proche de la largeur naturelle.

$$(3) \sigma = \frac{v_0}{c} \sqrt{\frac{k_B T}{m}} ; \sigma : \frac{1}{2} \text{ largeur lorsque } I_v = \frac{I_{v_m}}{2}$$

$$(4) \Delta v_D = 2\sqrt{2 \ln 2} \sigma = 2 \frac{v_0}{c} \sqrt{2 \ln 2 \frac{k_B T}{m}} \text{ (indépendant de } P)$$

Pour  $\lambda_0 = 0,6 \mu\text{m}$ ,  $T = 500\text{K}$ , on a  $\Delta v_D \sim 2 \cdot 10^9 \text{ Hz}$

• Largeur totale :

On admet (valable de façon approchée) que  $\Delta v = \Delta v_n + \Delta v_D$

- A température et pression ordinaires,  $\Delta v_D > \Delta v_n$

(On a  $\Delta v_D \sim 100\text{MHz}$ ,  $\Delta v_n \sim 10\text{MHz}$ )

- A très faible pression,  $\Delta v \sim \Delta v_D$  (ou  $\Delta v_n \ll \Delta v_D$ )

- A très faible température,  $\Delta v_D \ll \Delta v_n$

### 3) Temps et longueur de cohérence

$$\text{On pose } \tau_c = \frac{1}{\Delta v}, L_c = c \tau_c$$

## III Cohérence temporelle

### A) Obtention d'ondes cohérentes

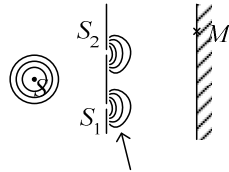
#### 1) Principe

On cherche à avoir  $\varphi = \varphi_1 - \varphi_2$  indépendant de  $t$  (sur un temps au moins supérieur au temps de détection)

Moyen : on part d'une seule source dont on a divisé les trains d'onde.

## 2) Division du front d'onde

Trous d'Young :



Viennent du même train d'onde

- 1<sup>er</sup> train :

$$\text{En } S : A = A_0 \cos \omega.t$$

$$\text{En } M : \rightarrow \text{venant de } S_1 : A_1 = A_{0,1} \cos(\omega.t + \varphi_1)$$

$$\rightarrow \text{venant de } S_2 : A_2 = A_{0,2} \cos(\omega.t + \varphi_2)$$

- 2<sup>ème</sup> train :

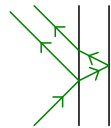
$$\text{En } S : A = A_0 \cos(\omega.t + \psi)$$

$$\text{En } M : \rightarrow \text{venant de } S_1 : A_1 = A_{0,1} \cos(\omega.t + \varphi'_1) \text{ et } \varphi'_1 = \varphi_1 + \psi$$

$$\rightarrow \text{venant de } S_2 : A_2 = A_{0,2} \cos(\omega.t + \varphi_2 + \psi)$$

$$\text{Ainsi, } \varphi'_2 - \varphi'_1 = \varphi_2 - \varphi_1$$

## 3) Division d'amplitude



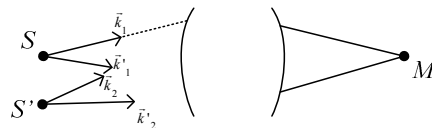
### B) Limite imposée par la cohérence temporelle

Pour un train d'onde de longueur  $L_c$ , il faut qu'à l'arrivée les trains d'onde divisés aient au moins une petite partie commune, c'est-à-dire qu'on doit avoir  $\Delta L < L_c$  ( $\Delta L$  : écart entre les trains d'onde à l'arrivée)

## IV Cohérence spatiale. Localisation des franges

### A) Cohérence spatiale

#### 1) Exemple préliminaire



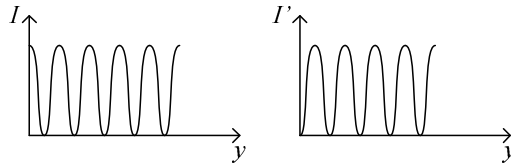
- Amplitude reçue en  $M$  :

$$- \text{ De } S : \underline{A}(M) = \underline{A}_1 + \underline{A}_2$$

$$- \text{ De } S' : \underline{A}'(M) = \underline{A}'_1 + \underline{A}'_2$$

- Intensité en  $M$  :  
 $S$  et  $S'$  émettent de façon incohérente l'un avec l'autre.  
 Donc  $I'' = I + I'$ , où  $I = \underline{AA}^*$ ,  $I' = \underline{A'A'}^*$

- Superposition des figures d'interférence :



- Si les deux systèmes sont « bien » décalés, on aura une figure d'interférence encore plus lumineuse
- Si les creux de l'un correspondent aux maxima de l'autre, on obtiendra une surface uniformément éclairée (lorsque les deux ont la même amplitude)

## 2) Cas général

Problème de la cohérence spatiale : quelle largeur peut-on donner à la source ?

## 3) Condition de cohérence spatiale

- Condition rigoureuse :
  - En  $M$  de  $S$  : on a un déphasage  $\varphi_2 - \varphi_1$ , indépendant de  $t$  (si  $S$  est une source cohérente)
  - En  $M$  de  $S'$  : le déphasage est  $\varphi'_2 - \varphi'_1$ , indépendant de  $t$ .

Ainsi, il faut avoir  $\varphi_2 - \varphi_1 = \varphi'_2 - \varphi'_1$  (pas modulo  $2\pi$ , car il faut qu'on ait aussi l'égalité si on place des sources intermédiaires entre  $S$  et  $S'$ )

C'est-à-dire  $\varphi_2 - \varphi_1 = \varphi'_2 - \varphi'_1$

Pour  $S$  assez proche de  $S'$ , on a  $\vec{k}'_1 \approx \vec{k}_1$ ,  $\vec{k}'_2 \approx \vec{k}_2$ .

Le déphasage  $\varphi'_1 - \varphi_1$  a deux causes :  $S$  n'est pas confondu avec  $S'$  donc on a un premier déphasage  $\vec{k}_1 \cdot \vec{SS}'$ , et il y a un déphasage de  $\psi$  entre le train d'onde émis par  $S$  et celui émis par  $S'$ .

Pour  $\varphi'_2 - \varphi_2$ , on aura de même un déphasage  $\vec{k}_2 \cdot \vec{SS}' + \psi$  (c'est le même déphasage  $\psi$  que pour  $\varphi'_1 - \varphi_1$  puisque c'est le même train d'onde)

Ainsi, il faut que  $\vec{k}_2 \cdot \vec{SS}' = \vec{k}_1 \cdot \vec{SS}'$

C'est-à-dire  $(\vec{k}_2 - \vec{k}_1) \cdot \vec{SS}' = 0$  (condition de cohérence spatiale)

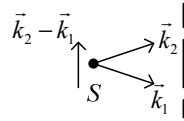
- Condition approchée :

Il faut avoir  $\varphi'_2 - \varphi'_1 - (\varphi_2 - \varphi_1) \ll 2\pi$ , c'est-à-dire  $|(\vec{k}_2 - \vec{k}_1) \cdot \vec{SS}'| \ll 2\pi$

## B) Dispositif par division d'onde

On divise les trains d'onde en deux, donc  $\vec{k}_1 \neq \vec{k}_2$

Pour les trous d'Young :

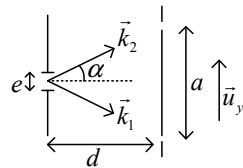


### 1) Condition rigoureuse

On peut prendre sans problème une fente source orthogonale au plan de la feuille.

### 2) Condition approchée

On peut élargir la fente de façon à avoir toujours  $(\vec{k}_2 - \vec{k}_1) \cdot \overline{SS'} \ll 2\pi$



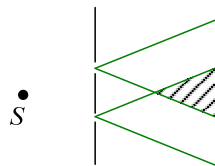
$$\text{On a } \vec{k}_2 - \vec{k}_1 = \frac{2\pi}{\lambda} 2 \sin \alpha \vec{u}_y$$

On doit donc avoir  $e \frac{2\pi}{\lambda} 2 \sin \alpha \ll 2\pi$ , soit  $e \ll \frac{\lambda}{2 \sin \alpha}$ . Et  $\sin \alpha \approx \frac{a}{2d}$

On note  $L_s = \frac{\lambda}{2 \sin \alpha}$ , longueur de cohérence

$$\text{Donc } e \ll \frac{\lambda d}{a}$$

### 3) Localisation des franges



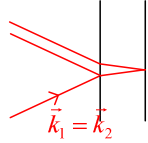
(Les deux cônes en vert correspondent aux directions principales dans lesquelles est émise l'intensité diffractée)

/// : Champ d'interférence.

On a ainsi des interférences non localisées (on peut mettre l'écran n'importe où dans le champ d'interférence)

### C) Dispositif par division d'amplitude

On a  $\vec{k}_1 = \vec{k}_2$  :



#### 1) Source étendue

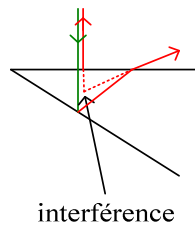
On a toujours  $(\vec{k}_2 - \vec{k}_1) \cdot \overline{SS'} = 0$ , donc on peut prendre des sources plus larges.

#### 2) Localisation des interférences

On n'aura des interférences qu'à l'infini (ou dans le plan focal d'une lentille).

Les interférences sont donc localisées à l'infini. On a donc une localisation unidimensionnelle.

Interférence bidimensionnelle :



Récapitulatif :

Pour une division :

Du front d'onde	$\vec{k}_2 \neq \vec{k}_1$	Fente fine	Non localisée
D'amplitude	$\vec{k}_2 = \vec{k}_1$	Source étendue	Localisée